Un ulteriore esempio di dimostrazione nel senso della logica formale lo prendiamo dal *Manuale di logica* di Willard Van Orman Quine[1].

Si tratta di inferire dalla premessa:
  **Tutti i cerchi sono figure**
la conclusione
  **Tutti coloro che tracciano cerchi tracciano figure**.

Dal punto di vista della logica formale, il procedimento è laborioso e non è riconducibile ad una forma sillogistica. I simboli che Quine usa sono noti, comunque li richiamiamo velocemente:

$(x)$: per ogni $x$

$Fx \supset Gx$: se $x$ è F allora $x$ è G (se $x$ è un cerchio allora $x$ è una figura).

$(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx)$: esiste $x$ tale che esso è F e $y$ è H rispetto a $x$ (esempio: qualunque relazione, azione, azione passiva, come "*x* ama *y*", oppure è amato da..., oppure è più grande di...: nel nostro caso "*y* traccia...")

La premessa, tradotta nei termini della logica simbolica, è
  $(x)\ (Fx \supset Gx)$
mentre la conclusione cercata è
  $(y)\ (\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx) \supset (\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)$

Dice il Quine:

> "I passaggi della deduzione dall'una all'altra vengono ora dettati pressoché automaticamente dalle strategie dei quantificatori e del condizionale. Dal momento che la conclusione desiderata è una quantificazione universale, tendiamo per prima cosa a raggiungere questa espressione privata del suo '$(y)$'. Ma essa è un condizionale; allora noi assumiamo la sua antecedente '$(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx)$' e cerchiamo di ottenere la sua conseguente '$(\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)$'. Al fine però di ottenere '$(\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)$' conviene cercare di ottenere '$Gx\ .\ Hyx$' (oppure '$Gz.Hyz$', ecc.). Le espressioni da cui dobbiamo dedurre queste ultime sono '$(x)\ (Fx \supset Gx)$' e '$(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx)$'; quindi, si applica a questi schemi la strategia della eliminazione dei quantificatori, e ben poco rimane all'immaginazione. Completa nei suoi passaggi, la deduzione assume questo aspetto.
>
> | | | |
> |---|---|---|
> | *(1) | $(x)\ (Fx \supset Gx)$ | |
> | **(2) | $(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx)$ | |
> | **(3) | $Fz\ .\ Hyz$ | (2) $z$ |
> | **(4) | $Fz \supset Gz$ | (1) |
> | **(5) | $Gz\ .\ Hyz$ | (3) (4) |
> | **(6) | $(\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)$ | (5) |
> | *(7) | $(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx) \supset (\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)$ | *(6) |
> | *(8) | $(y)\ [(\exists x)\ (Fx\ .\ Hyx) \supset (\exists x)\ (Gx\ .\ Hyx)]$ | (7) $y$" |

Mi pare ovvio dunque che il problema è di trovare come trasformare certe stringhe di segni o derivarne altre, in modo da arrivare a ricavare la stringa cercata. Qualcosa di simile avviene nel risolvere le equazioni in matematica, e si può parlare anche di equazioni logiche[2].

Mentre dal punto di vista aristotelico non formale la cosa è ovvia: il fatto che tutti i cerchi sono figure è appunto il perché, se così vogliamo chiamarlo, chi traccia cerchi traccia figure.

Ovvio è pure che dal punto di vista del calcolo formale non si tratta di capire il perché di una certa cosa. Potremmo dire che il problema non è quello di arrivare all'evidenza di una conclusione (nel senso aristotelico), ma all'evidenza della correttezza di una procedura. In altre parole non si ha l'evidenza di ciò che si dimostra, così come l'uso della procedura per calcolare un quoziente in una divisione piuttosto difficile non mi dà l'evidenza che quello sia il quoziente, ma mi sento certo del risultato solo perché vado a controllare di aver fatto correttamente tutti i passaggi.

Quando uso un computer o una calcolatrice non ho nemmeno l'evidenza di tale correttezza: mi fido del costruttore.

**Concludendo:** mi sembra che il conoscere riguardi più propriamente ciò che diciamo esserci evidente, e parlando di scienza, razionalità e dimostrazione noi rischiamo di confondere conoscenze diverse.

1 Trad. it. Feltrinelli, Milano 1970 (quarta ed.), pagg. 218-219.
2 Cfr. E. CARRUCCIO, *Mondi della logica*, Zanichelli, Bologna 1971, pagg. 46 ss.